

1 : Calcul Numérique

dimanche, 1 octobre 2023 18:00



TESTS__M
P1

Nom:

Prénom:

EMF – Fribourg / Freiburg

Ecole des Métiers / Berufsfachschule

Technique / Technik

EMF-Maturité professionnelle

Mathématiques — MP1 - classe 358613 - 2023–2024

Evaluation: Calcul numérique

Lundi 2 octobre 2023

Exercice	1	2	3	4	Total
Points	4	4	2	34	44
Obtenus					

Note

Consignes

- Temps à disposition: 70 minutes.
- Sans calculatrice et sans formulaire.
- Toutes les solutions et les développements sont à écrire sur les feuilles distribuées.
- Bon travail !

Exercice 1 (/ 4 pts)

Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

	Vrai	Faux
1) Tous les nombres entiers sont réels	☒	☐
2) Le nombre 0 fait partie de $\mathbb{N}$	☒	☐
3) Le nombre π fait partie de $\mathbb{Q}$	☐	☒
4) Les nombres périodiques sont des nombres entiers relatifs	☐	☒
5) L'ensemble $\mathbb{Q}$ contient des nombres avec une infinité de chiffres après la virgule	☒	☐
6) Il faut retirer à $\mathbb{Z}$ tous les nombres entiers positifs afin d'obtenir $\mathbb{N}$	☐	☒
7) Les fractions $\frac{32}{24}$ et $\frac{20}{15}$ sont égales	☒	☐
8) Si $A = \{1; 3; 5; 7; 8\}$ et $B = \{2; 3; 6; 7; 9\}$, alors $A \setminus B = \{1; 5; 9\}$	☐	☒

Exercice 2 (/ 4 pts)

Calculer, simplifier les ensembles ci-dessous :

La réponse est à donner sous la forme d'un *intervalle* !

a) $] - 2; 4] \cap] - 1; 6]$

$$[-1; 4]$$

b) $] - 5; 3[\cup] - 1; +\infty[$

$$]-5; +\infty[$$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid (x > -1) \overset{\cap}{\text{ET}} (-3 < x \leq 10)\}$

$$]-1; 10]$$

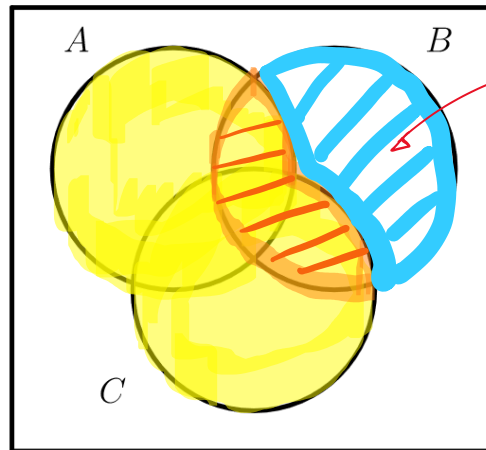
d) $\{x \in \mathbb{R} \mid (-12 \leq x \leq 2) \text{ OU } (x \geq -11)\}$

$$[-12; +\infty[$$

Exercice 3 (/ 2 pts)

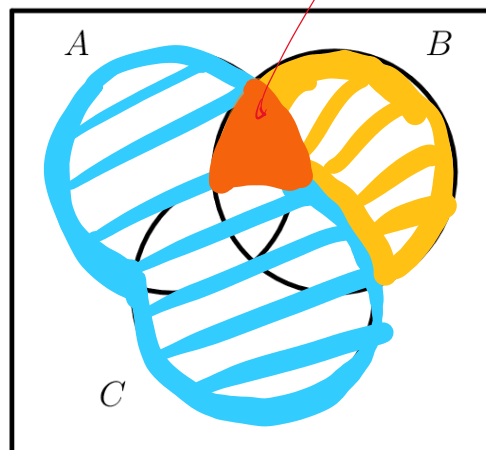
Hachurer sur les diagrammes de Venn les zone concernées par les propositions ci-dessous :

1) $B \setminus (B \cap (A \cup C))$



réponse finale
en bleu

2) $(A \cup C) \cap (B \setminus C)$



réponse finale
en orange

Exercice 4 (/ 34 pts)

Calculer et simplifier les expressions **au maximum** et rationaliser le dénominateur (ne plus avoir de racine au dénominateur) si nécessaire.

a) $\frac{3}{4} + \frac{16}{13} \div \frac{24}{39} =$

(1 pt)

$$= \frac{3}{4} + \frac{16}{13} \cdot \frac{39}{24}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{16 \cdot 39}{13 \cdot 24}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{\cancel{8} \cdot 2 \cdot \cancel{13} \cdot 3}{\cancel{13} \cdot \cancel{8} \cdot 3}$$

$$= \frac{3}{4} + 2$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{8}{4} = \boxed{\frac{11}{4}}$$

b) $30 - 3 \cdot \frac{\frac{1}{18} - \left(-\frac{1}{12}\right)}{\frac{7}{24} - \frac{5}{18}} =$

(2 pts)

$$\frac{1}{18} - \left(-\frac{1}{12}\right) = \frac{2}{36} + \frac{3}{36} = \frac{5}{36}$$

$$\frac{7}{24} - \frac{5}{18} = \frac{71}{72} - \frac{20}{72} = \frac{1}{72}$$

$$= 30 - 3 \cdot \frac{\frac{5}{36}}{\frac{1}{72}} = 30 - 3 \cdot \frac{5}{36} \cdot \frac{72}{1}$$

$$= 30 - 3 \cdot \frac{5 \cdot \cancel{36} \cdot 2}{\cancel{36} \cdot 1} = 30 - 3 \cdot 5 \cdot 2 = \boxed{0}$$

c) $\frac{2}{2 - \frac{1}{4 - \frac{11}{20}}} =$

(2 pts)

$$\frac{1}{4} - \frac{11}{20} = \frac{5}{20} - \frac{11}{20} = -\frac{6}{20}$$

$$2 - \frac{\frac{3}{-6/20}}{1} = 2 - \frac{3}{1} \div \left(-\frac{6}{20}\right) = 2 + \frac{3}{1} \cdot \frac{20}{6} = 2 + \frac{\cancel{3} \cdot 2 \cdot 10}{\cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 2 + 10 = 12$$

$$= \frac{2}{12} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

d) $-3 \cdot (3 - (-3 - 3 \cdot \underbrace{(-3 + 3)}_{=0} - 3) \cdot (-3)) =$

(2 pts)

$$= -3 \cdot (3 - \underbrace{(-3 - 3 \cdot 0 - 3)}_{=-6} \cdot (-3))$$

$$= -3 \cdot (3 - \underbrace{(-6) \cdot (-3)}_{=18})$$

$$= -3 \cdot (3 - 18)$$

$$= -3 \cdot (-15)$$

$$= \boxed{45}$$

$$\text{e) } \frac{9 - 3 \cdot \left(\frac{3}{4} - 3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right) \right)}{7} =$$

(2 pts)

$$\frac{3}{4} - 3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right) = \frac{3}{4} + \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{3+9}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$9 - 3 \cdot 3 = 0$$

$$= \frac{0}{7} = \boxed{0}$$

$$\text{f) } \left[\left(5 - \frac{1}{3} \right) \div \left(3 + \frac{1}{2} \right) \right] - \left[\frac{2}{5} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \right) \right]^2 =$$

(2.5 pts)

$$5 - \frac{1}{3} = \frac{15}{3} - \frac{1}{3} = \frac{14}{3}$$

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{14}{3} \div \frac{7}{2} = \frac{14}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{14 \cdot 2}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot \cancel{7} \cdot 2}{3 \cdot \cancel{7}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{6}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4}{3} - \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{3} - \frac{4}{9} = \frac{12}{9} - \frac{4}{9} = \boxed{\frac{8}{9}}$$

$$g) \left(\frac{3^2}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{4}{15} \right)^2 - \left(\frac{-9}{5} \right)^2 \cdot 4^{-2} - 4^2 =$$

(3 pts)

$$\frac{3^2}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{9}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{9}{5} - \frac{3 \cdot 3 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 4} = \frac{9}{5} - \frac{9}{4} =$$

$$= \frac{36}{20} - \frac{45}{20} = -\frac{9}{20}$$

$$\left(\frac{-9}{5} \right)^2 \cdot 4^{-2} = \frac{(-9)^2}{5^2} \cdot \frac{1}{4^2} = \frac{81 \cdot 1}{25 \cdot 16} = \frac{81}{200}$$

$$= \left(-\frac{9}{20} \right)^2 - \frac{81}{200} - 16 = \frac{81}{200} - \frac{81}{200} - 16 = \boxed{-16}$$

$$h) \frac{0.8 \cdot 10^{-12} \cdot 500 \cdot 10^4}{(10^{-2})^3} =$$

(2 pts)

$$= \frac{0.8 \cdot 500 \cdot 10^{-12} \cdot 10^4}{10^{-6}}$$

$$= \frac{400 \cdot 10^{-8}}{10^{-6}}$$

$$= 400 \cdot 10^{-8 - (-6)} = 400 \cdot 10^{-2} = \boxed{4}$$

i) $\left(\frac{125^4 \cdot 25^{-3} \cdot 5^2 \cdot (2^2)^4}{10^8 \cdot 5^{-1}} \right)^2 =$

$\Delta \quad 5^3 = 125$
 $5^2 = 25$
 $10 = 2 \cdot 5$

$$= \left(\frac{(5^3)^4 \cdot (5^2)^{-3} \cdot 5^2 \cdot 2^8}{(2 \cdot 5)^8 \cdot 5^{-1}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{5^{12} \cdot 5^{-6} \cdot 5^2 \cdot \cancel{2^8}}{\cancel{2^8} \cdot 5^8 \cdot 5^{-1}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{5^{12-6+2}}{5^{8-1}} \right)^2 = \left(\frac{5^8}{5^7} \right)^2 = 5^2 = \boxed{25}$$

(3 pts)

j) $\frac{16^2 \cdot \left(\sqrt{16^3} \cdot \sqrt{\frac{1}{16}} \right)^2}{\left(\frac{1}{64} \right)^{-3}} =$

$\Delta \quad 4^2 = 16$
 $4^3 = 64$

$$= \frac{(4^2)^2 \cdot \left(\sqrt{(4^2)^3} \cdot \sqrt{4^{-2}} \right)^2}{(4^{-3})^{-3}}$$

$$= \frac{4^4 \cdot \left(\sqrt{4^6 \cdot (4^{-2})^{1/2}} \right)^2}{4^3}$$

$$= \frac{4^4 \cdot \left(\sqrt{4^6 \cdot 4^{-1}} \right)^2}{4^3}$$

$$= \frac{4^4 \cdot \left((4^5)^{1/2} \right)^2}{4^3} = \frac{4^4 \cdot 4^5}{4^3} = \frac{4^9}{4^3} = \boxed{1}$$

(2 pts)

$$\text{k) } 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} =$$

(2 pts)

$$= \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

même
dénominateur

$$= \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}$$

$$= \frac{6 \cdot 2}{\sqrt{6}} - \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{6}} = \frac{12 - 6}{\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}}$$

rationnalisation

$$\downarrow = \frac{6 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \sqrt{6}} = \frac{\cancel{6} \sqrt{6}}{\cancel{6}} = \boxed{\sqrt{6}}$$

$$\text{l) } \sqrt{1 + \frac{2}{9} + \frac{5}{36}} - \sqrt{\frac{47}{100} - \frac{3}{10} - \frac{2}{25}} =$$

(3 pts)

$$1 + \frac{2}{9} + \frac{5}{36} = \frac{36}{36} + \frac{8}{36} + \frac{5}{36} = \frac{49}{36}$$

$$\frac{47}{100} - \frac{3}{10} - \frac{2}{25} = \frac{47}{100} - \frac{30}{100} - \frac{8}{100} = \frac{9}{100}$$

$$= \sqrt{\frac{49}{36}} - \sqrt{\frac{9}{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}} - \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}}$$

$$= \frac{7}{6} - \frac{3}{10} = \frac{35}{30} - \frac{9}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \boxed{\frac{13}{15}}$$

m) $2 \cdot \sqrt{75} - 3 \cdot \sqrt{12} - \sqrt{300} + 2 \cdot \sqrt{27} =$

(2.5 pts)

$$\begin{aligned}
 &= 2 \cdot \sqrt{25 \cdot 3} - 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{3 \cdot 100} + 2 \sqrt{9 \cdot 3} \\
 &= 2 \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{4} \sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{100} + 2 \sqrt{9} \sqrt{3} \\
 &= 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot 10 + 2 \cdot 3 \sqrt{3} \\
 &= \cancel{10\sqrt{3}} - \cancel{6\sqrt{3}} - \cancel{10\sqrt{3}} + \cancel{6\sqrt{3}} = \boxed{0}
 \end{aligned}$$

n) $\frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{3 \cdot \sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

(2.5 pts)

$$\begin{aligned}
 \frac{3\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} &= \frac{3\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{3\sqrt{6 \cdot 3}}{2\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{18} + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{3\sqrt{9 \cdot 2} + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{11\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{11\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{11\cancel{\sqrt{2}}} = \boxed{\frac{2\sqrt{3}}{33}}
 \end{aligned}$$

o) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + 2}}}$

(2.5 pts)

$$\frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2} + \frac{4}{2} = \frac{5}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\frac{5}{2}} = 1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{\frac{3}{2}} = 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$= \frac{\frac{2}{5}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{2}{5} \div \frac{5}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \boxed{\frac{6}{25}}$$