

Nom :

Prénom :

Propriétés des racines

Exercices 29, 30 : p. 24 du livre (éd. 2023).**Exercices 22, 23** : p. 25 du livre (éd. 2021).

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants et donner la réponse sous la forme la plus simple :

a) $\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{128} - \sqrt{32}$

b) $\sqrt{112} - 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{343} - \sqrt{63} - \sqrt{175}$

c) $-\sqrt{108} + 3\sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{192}$

d) $2 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{8} - 2 \cdot \sqrt{50}$

e) $2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - 6\sqrt{80} + 2\sqrt{125} - \sqrt{180}$

f) $2\sqrt{175} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{28} + 10\sqrt{63} + 3\sqrt{112} + \sqrt{63} - 8\sqrt{175}$

g) $-\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{300} + \sqrt{27} - 2\sqrt{12}$

Exercice 31, 32 : p. 25 du livre (éd. 2023).**Exercice 24** (sauf (h) et (i)) : p. 25 du livre (éd. 2021).

Exercice 2

Calculer et simplifier les expressions suivantes au maximum (réponse sans racine au dénominateur) :

a) $\frac{-3}{\sqrt{8}} \cdot \frac{4}{\sqrt{6}}$

b) $\frac{-3}{\sqrt{32}} \cdot \frac{\sqrt{16}}{-\sqrt{9}}$

c) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt{\frac{2}{8}}$

d) $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{35}} \cdot \sqrt{\frac{10}{8}} \cdot \sqrt{\frac{72}{27}}$

e) $\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{3\sqrt{16}} \cdot \sqrt{32}}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{108}}$

f) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

g) $\left(\sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{8}{9}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{2}{\sqrt{8}}\right)$

h) $3 \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} - 5 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{60}$

i) $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{1 + \frac{11}{25}} - \sqrt{\frac{19}{100} + \frac{3}{10}}$

Réponses

Exercice 1

a) $2\sqrt{2}$

b) $-2\sqrt{7}$

c) $10\sqrt{3}$

d) $-2\sqrt{2}$

e) $-7\sqrt{5}$

f) $7\sqrt{7}$

g) $15\sqrt{3}$

Exercice 2

a) $-\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) 2

e) $\frac{4}{3}$

f) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

g) $\frac{1}{8}$

h) $2\sqrt{15}$

i) 1

Solutions

Exercice 1

- a) $\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{128} - \sqrt{32}$
 $= \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{36 \cdot 2} + \sqrt{64 \cdot 2} - \sqrt{16 \cdot 2}$
 $= 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- b) $\sqrt{112} - 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{343} - \sqrt{63} - \sqrt{175}$
 $= \sqrt{16 \cdot 7} - 3\sqrt{7} - \sqrt{4 \cdot 7} + \sqrt{49 \cdot 7} - \sqrt{9 \cdot 7} - \sqrt{25 \cdot 7}$
 $= 4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 7\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} = -2\sqrt{7}$
- c) $-\sqrt{108} + 3\sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{192}$
 $= -\sqrt{36 \cdot 3} + 3\sqrt{25 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{64 \cdot 3}$
 $= -6\sqrt{3} + 3 \cdot 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$
 $= -6\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$
- d) $2 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{8} - 2 \cdot \sqrt{50}$
 $= 2 \cdot \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{4 \cdot 2} - 2 \cdot \sqrt{25 \cdot 2}$
 $= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}$
 $= 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$
- e) $2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - 6\sqrt{80} + 2\sqrt{125} - \sqrt{180}$
 $= 2\sqrt{4 \cdot 5} + 3\sqrt{9 \cdot 5} - 6\sqrt{16 \cdot 5} + 2\sqrt{25 \cdot 5} - \sqrt{36 \cdot 5}$
 $= 2 \cdot 2\sqrt{5} + 3 \cdot 3\sqrt{5} - 6 \cdot 4\sqrt{5} + 2 \cdot 5\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$
 $= 4\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 24\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$
- f) $2\sqrt{175} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{28} + 10\sqrt{63} + 3\sqrt{112} + \sqrt{63} - 8\sqrt{175}$
 $-6\sqrt{175} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{28} + 11\sqrt{63} + 3\sqrt{112}$
 $= -6\sqrt{25 \cdot 7} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{4 \cdot 7} + 11\sqrt{9 \cdot 7} + 3\sqrt{16 \cdot 7}$
 $= -6 \cdot 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 6 \cdot 2\sqrt{7} + 11 \cdot 3\sqrt{7} + 3 \cdot 4\sqrt{7}$
 $= -30\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 12\sqrt{7} + 33\sqrt{7} + 12\sqrt{7} = 7\sqrt{7}$
- g) $-\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{300} + \sqrt{27} - 2\sqrt{12}$
 $= -\sqrt{16 \cdot 3} - 2\sqrt{25 \cdot 3} + 3\sqrt{100 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - 2\sqrt{4 \cdot 3}$
 $= -4\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} + 3 \cdot 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3}$
 $= -4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 30\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

Exercice 24

Autre solution 24(e) :

$$\frac{25}{\sqrt{20} + \sqrt{45}} = \frac{25}{\sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{9 \cdot 5}} = \frac{25}{2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}} = \frac{25}{5\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$$

Exercise 2

$$\text{a)} \quad \frac{-3}{\sqrt{8}} \cdot \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{-12}{\sqrt{48}} = -\frac{12}{\sqrt{16 \cdot 3}} = -\frac{12}{4\sqrt{3}} = -\frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3}$$

$$\text{b)} \quad \frac{-3}{\sqrt{32}} \cdot \frac{\sqrt{16}}{-\sqrt{9}} = \frac{-3}{\sqrt{16 \cdot 2}} \cdot \frac{4}{-3} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{c)} \quad \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{54 \cdot 2}{2 \cdot 27 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d)} \quad \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{35}} \cdot \sqrt{\frac{10}{8}} \cdot \sqrt{\frac{72}{27}} = \sqrt{\frac{42 \cdot 10 \cdot 72}{35 \cdot 8 \cdot 27}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 5 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{e)} \quad \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{3\sqrt{16}} \cdot \sqrt{32}}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{108}} = \sqrt{\frac{21 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 32}{14 \cdot 3 \cdot 108}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4 \cdot 32}{2 \cdot 108}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8}{3 \cdot 4 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{f)} \quad \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}+2 \cdot 2-3-2\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$$

$$\text{g)} \quad \left(\sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{8}{9}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{2}{\sqrt{8}} \right) = \left(\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{2}{\sqrt{8}} \right) = \left(\frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{9}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{9}} - \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{9}} \right) \cdot \left(\frac{1+2}{\sqrt{8}} \right) =$$

$$\left(\frac{9}{3 \cdot \sqrt{8}} - \frac{8}{3 \cdot \sqrt{8}} \right) \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{8}} \cdot \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{1}{8}$$

$$\text{h)} \quad 3 \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} - 5 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{60} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}} + \sqrt{4 \cdot 15} = \frac{3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{15}} + 2\sqrt{15} =$$

$$\frac{3 \cdot 5 - 5 \cdot 3}{\sqrt{15}} + 2\sqrt{15} = \frac{15 - 15}{\sqrt{15}} + 2\sqrt{15} = \frac{0}{\sqrt{15}} + 2\sqrt{15} = 2\sqrt{15}$$

$$\text{i)} \quad \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{1 + \frac{11}{25}} - \sqrt{\frac{19}{100} + \frac{3}{10}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25+11}{25}} - \sqrt{\frac{19+30}{100}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{36}{25}} - \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{1}{2} + \frac{6}{5} - \frac{7}{10} =$$

$$\frac{5+12-7}{10} = \frac{10}{10} = 1$$