

1 : Algèbre - Effectuer et factoriser

mercredi, 13 décembre 2023 12:15



Algèbre I

Nom:

Prénom:

EMF – Fribourg / Freiburg

Ecole des Métiers / Berufsfachschule

Technique / Technik

EMF-Maturité professionnelle

Mathématiques – MP1 - classe 358613 - 2023–2024

Évaluation: Algèbre I

Lundi 27 novembre 2023

Exercice	1	2	3	Total
Points	14	25	4	43
Obtenus				

Note

Consignes

- Temps à disposition: 70 minutes.
- Sans calculatrice et sans formulaire.
- Toutes les solutions et les développements sont à écrire sur les feuilles distribuées.
- Chacune de vos réponses doit être justifiée ou accompagnée de son développement. Sinon des points peuvent être retirés.
- Bon travail !

Exercice 1 (/ 14 pts)

Effectuez et réduisez au maximum les expressions suivantes.

a) $(x - 7y)^2 =$

(1 pt)

$$\boxed{x^2 - 14xy + 49y^2}$$

b) $(-2a^2b^3)^2 =$

(1 pt)

$$\boxed{4a^4b^6}$$

c) $-(2x^2 - (y - (x + 2y) + 2x) - 3x^2) =$

(1.5 pt)

$$= -(2x^2 - (y - x - 2y + 2x) - 3x^2)$$

$$= -(2x^2 - y + x + 2y - 2x - 3x^2)$$

$$= -2x^2 + y - x - 2y + 2x + 3x^2$$

$$= \boxed{x^2 + x - y}$$

d) $(3 - a)^3 =$

(1.5 pt)

$$= (9 - 6a + a^2)(3 - a)$$

$$= 27 - 9a - 18a + 6a^2 + 3a^2 - a^3$$

$$= \boxed{27 - 27a + 9a^2 - a^3}$$

e) $\frac{4x^2}{15y} \cdot \frac{3y^2}{2x^3} \cdot 3x^2z^2 =$

(1.5 pt)

$$= \frac{\overset{2}{4}x^2 \cdot \cancel{3}y^2 \cdot 3x^2z^2}{\cancel{15}y \cdot \cancel{2}x^3}$$

$$= \frac{6}{5} x^{2+2-3} y^{2-1} z^2 = \boxed{\frac{6xyz^2}{5}}$$

f) $(a + 2b) \cdot (a^2 - 2ab + 4b^2) =$

(1.5 pt)

$$= a^3 - 2a^2b + 4ab^2 + 2a^2b - 4ab^2 + 8b^3$$

$$= \boxed{a^3 + 8b^3}$$

g) $(u - 1) \cdot (u^2 + 1) \cdot (1 + u) =$

(1.5 pt)

$$\begin{array}{c} \curvearrowright \\ = (u^2 - 1) \end{array}$$

$$= (u^2 - 1)(u^2 + 1) = \boxed{u^4 - 1}$$

h) $3 \cdot (2x - 3y) - 2 \cdot (3y - 2x) =$

(1.5 pt)

$$6x - 9y - 6y + 4x$$

$$= \boxed{10x - 15y}$$

i) $(x^2 - 5) \cdot (x^3 + 5) =$

(1 pt)

$$= \boxed{x^5 - 5x^3 + 5x^2 - 25}$$

j) $2a - [3b - \{a + 1 - (5 - a)\} - 3b - (a - 3)] =$

(2 pts)

$$= 2a - (3b - a - 1 + 5 - a - 3b - a + 3)$$

$$= 2a - 3b + a + 1 - 5 + a + 3b + a - 3$$

$$= \boxed{5a - 7}$$

Exercice 2 (/ 25 pts)

Factorisez les expressions suivantes au maximum. Si ce n'est pas factorisable, notez "pas factorisable".

a) $49x^2 - 81 =$

(1 pt)

$$(7x+9)(7x-9)$$

b) $4a + a^2 + 4 =$ $a^2 + 4a + 4$

(1 pt)

$$(a+2)^2$$

c) $4bn - 6du =$

(1 pt)

$$2(2bn - 3du)$$

d) $9x^2 + 25y^2 =$

(1 pt)

non factorisable !

e) $a^3 + 3a^2 + a + 3 =$

(1.5 pt)

$$\begin{aligned} & a^2(a+3) + (a+3) \\ &= \boxed{(a+3)(a^2+1)} \end{aligned}$$

f) $5x^6 - 5y^2 =$

(1.5 pt)

$$\begin{aligned} &= 5(x^6 - y^2) \\ &= \boxed{5(x^3 - y)(x^3 + y)} \end{aligned}$$

g) $y^2 - 11y + 30 =$

(1.5 pt)

$$\boxed{(y-5)(y-6)}$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &= 30 \\ m + n &= -11 \end{aligned}$$

h) $2x^2 + x - 6 =$

(1.5 pt)

$$\begin{aligned}
 & 2x^2 + 4x - 3x - 6 \\
 = & 2x(x+2) - 3(x+2) \\
 = & \boxed{(x+2)(2x-3)}
 \end{aligned}$$

$$m \cdot n = -12$$

$$m+n = 1$$

i) $2ax - 3ay + 4cx - 6cy =$

(1.5 pt)

$$\begin{aligned}
 & a(2x-3y) + 2c(2x-3y) \\
 = & \boxed{(a+2c)(2x-3y)}
 \end{aligned}$$

j) $x^2 - x - 56 =$

(1.5 pt)

$$= \boxed{(x+7)(x-8)}$$

$$m+n = -1$$

$$m \cdot n = -56$$

k) $8x^2 + 24xy + 18y^2 =$

(1.5 pts)

$$2(4x^2 + 12xy + 9y^2) \\ = \boxed{2(2x+3y)^2}$$

l) $3x^2 - 11x - 20 =$

(2 pt)

$$= 3x^2 + 4x - 15x - 20$$

$$u \cdot u = -60$$

$$u + u = -11$$

$$= x(3x+4) - 5(3x+4)$$

$$= \boxed{(3x+4)(x-5)}$$

m) $2a^3 + 3a^2 - 8a - 12 =$

(2 pts)

$$a^2(2a+3) - 4(2a+3)$$

$$= (2a+3)(a^2-4)$$

$$= \boxed{(2a+3)(a+2)(a-2)}$$

n) $2a^3 - 16a^2 - 18a =$

(2 pts)

$$2a(a^2 - 8a - 9)$$

$$m + n = -8$$

$$m \cdot n = -9$$

$$\boxed{2a(a+1)(a-9)}$$

o) $100 - a^2 + 2ab - b^2 =$

(2 pts)

$$= 100 - (a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= 10^2 - (a-b)^2$$

$$= (10 - (a-b))(10 + (a-b))$$

$$= \boxed{(10 - a + b)(10 + a - b)}$$

p) $(x^2 - 4y^2)^2 - (2x^2 - 5y^2)^2 =$

(2.5 pts)

$$\begin{aligned} & \left((x^2 - 4y^2) - (2x^2 - 5y^2) \right) \left((x^2 - 4y^2) + (2x^2 - 5y^2) \right) \\ &= (x^2 - 4y^2 - 2x^2 + 5y^2)(x^2 - 4y^2 + 2x^2 - 5y^2) \\ &= (y^2 - x^2)(3x^2 - 9y^2) \\ &= \boxed{(x+y)(x-y)3(x^2 - 3y^2)} \end{aligned}$$

Exercice 3 (/ 4 pts)

Complétez de manière à ce que l'égalité soit vérifiée.

a) $(\dots \textcolor{red}{X} \dots - \dots \textcolor{red}{7} \dots)^2 = x^2 - 14x + 49$ (1 pt)

b) $(\textcolor{red}{2}x \dots + \dots \textcolor{red}{3} \dots)^2 = 4x^2 + 12x + \dots \textcolor{red}{9} \dots$ (1 pt)

c) $(\dots \textcolor{red}{X} \dots - \dots \frac{\textcolor{red}{1}}{\textcolor{red}{5}} \dots)^2 = x^2 - \frac{2}{5}x + \dots \frac{\textcolor{red}{1}}{\textcolor{red}{25}} \dots$ (1 pt)

d) $(\dots \textcolor{red}{3}x^m \dots + \dots \frac{\textcolor{red}{y}^{\textcolor{red}{k+1}}}{\textcolor{red}{2}} \dots)^2 = 9x^{2m} + 3x^m y^{k+1} + \frac{y^{2k+2}}{4}$ (1 pt)