

1 : Algèbre II

vendredi, 13 décembre 2024

16:27

Nom:

Prénom:



ÉCOLE DES MÉTIERS FRIBOURG
BERUFSFACHSCHULE FREIBURG
MATURITÉ | MATURITÄT

Mathématiques — MP1, classe 358613, 2024–2025

—
Évaluation : Fractions rationnelles

Mardi 17 décembre 2024

Exercice	1	2	Total
Points	15	11	26
Obtenus			

Note

Consignes

- Temps à disposition : 50 minutes.
- Sans calculatrice et sans formulaire.
- Toutes les solutions et les développements sont à écrire sur les feuilles distribuées.
- Bon travail !

Exercice 1 (/ 15 pts)

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

a) $\frac{y^2 - 16}{4y + y^2} = \frac{(y-4)(y+4)}{y(4+y)} = \boxed{\frac{y-4}{y}}$ (1.5 pt)

b) $\frac{x^3 + 2x^2 - 8x}{x^2 - 2x} = \frac{x(x^2 + 2x - 8)}{x(x-2)} = \frac{x(x+4)(x-2)}{x(x-2)} = \boxed{x+4}$ (1.5 pt)

$$c) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + x - 6} = \frac{\overset{\textcircled{1/2}}{(x-2)^2}}{\underset{\textcircled{1/2}}{(x+3)(x-2)}} = \boxed{\frac{x-2}{x+3}} \textcircled{1/2}$$

(1.5 pt)

$$d) \frac{a^2 - 2ab + b^2 - c^2}{3a - 3b + 3c} = \frac{\overset{\textcircled{1/2}}{(a-b)^2} - c^2}{3(a-b+c)}$$

$$= \frac{\overset{\textcircled{1/2}}{(a-b+c)(a-b-c)} \textcircled{1/4}}{\cancel{3(a-b+c)}}$$

$$= \boxed{\frac{a-b-c}{3}} \textcircled{1/4}$$

(1.5 pt)

e) $\frac{12x^2}{2x^2 - 2x} \cdot \frac{x^2 - 1}{6} =$ $\frac{\cancel{12}x^2 \cdot (x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{2}x\cancel{(x-1)} \cdot \cancel{6}}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ half, (2 pts)

$= \boxed{x(x+1)}$ $3 \cdot \frac{1}{4}$ Simpl.

f) $\frac{x+2}{x^3 - 2x^2 - 3x} \div \frac{2x+6}{x^2 - 9} =$ $\frac{x+2}{x(x^2 - 2x - 3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{2(x+3)}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ (2 pts)

$= \frac{(x+2)\cancel{(x+3)}\cancel{(x-3)}}{x(x+1)\cancel{(x-3)}2\cancel{(x+3)}}$ $\frac{1}{2}$ division $\frac{1}{4}$

$= \boxed{\frac{x+2}{2x(x+1)}}$ $\frac{1}{4}$ Simpl. $2 \cdot \frac{1}{4}$

g) $\frac{3x^3 - 27xy^2}{6x^4 - 6} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^3 + 6x^2y + 9xy^2} =$

(2.5 pts)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\overset{(1/4)}{3x} (x^2 - 9y^2) \cdot (x^2 + 1)}{\overset{(1/4)}{6} (x^4 - 1) \cdot \overset{(1/4)}{x} (x^2 + 6xy + 9y^2)} \\
 &= \frac{\cancel{3x} (\overset{(1/4)}{x-3y}) (\cancel{x+3y}) (\overset{(1/4)}{x^2+1})}{\overset{(1/4)}{6} (\overset{(1/4)}{x^2+1}) (\overset{(1/4)}{x^2-1}) \cdot \overset{(1/4)}{x} (\overset{(1/4)}{x+3y})^2} \quad \text{mult.} \\
 &= \boxed{\frac{x-3y}{2(x^2-1)(x+3y)}} \quad \text{simpl. } (3/4)
 \end{aligned}$$

h) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 7x + 12} \div \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 + 4x} =$

(2.5 pts)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\overset{(1/2)}{x+3}) (\overset{(1/2)}{x-2}) \cdot \overset{(1/4)}{x} (\overset{(1/4)}{x+4})}{(\overset{(1/2)}{x+3}) (\overset{(1/2)}{x+4}) \cdot \overset{(1/4)}{x^2} (\overset{(1/4)}{x-2})} = \boxed{\frac{1}{x}} \\
 &\quad \text{division } (1/4) \\
 &\quad \text{simpl. } (3/4)
 \end{aligned}$$

Exercice 2 (/ 11 pts)

Effectuer les opérations suivantes et simplifier au maximum :

a) $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x+2} =$ (2 pts)

PPMC: $(x-3) \cdot (x+2)$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{x(x+2)}{(x-3)(x+2)} - \frac{3(x-3)}{(x-3)(x+2)}$$

$\frac{1}{4}$ idée / contenu / effort

$$= \frac{x(x+2) - 3(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x^2 + 2x - 3x + 9}{(x-3)(x+2)}$$

$$= \boxed{\frac{x^2 - x + 9}{(x-3)(x+2)}}$$

b) $\frac{2x}{x+2} + \frac{1}{x-2} - \frac{3x-2}{x^2-4} =$ (3 pts)

facto $\frac{1}{4}$ $\frac{2x}{x+2} + \frac{1}{x-2} - \frac{3x-2}{(x+2)(x-2)}$ raison $\frac{1}{4}$

$$= \frac{2x(x-2) + 1(x+2) - (3x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

PPMC $\frac{1}{2}$

$$= \frac{2x^2 - 4x + x + 2 - 3x + 2}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2x^2 - 6x + 4}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x^2 - 3x + 2)}{(x+2)(x-2)}$$

idée / contenu / effort $\frac{1}{4}$

$$= \frac{2(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \boxed{\frac{2(x-1)}{x+2}}$$

facto $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

$$c) \frac{x}{x^2+3x} - \frac{18}{x^3-9x} = \frac{x}{x(x+3)} - \frac{18}{x(x+3)(x-3)}$$

facto (1/2) facto (1/2)

$$= \frac{x(x-3) - 18}{x(x+3)(x-3)}$$

fusion (1/2) PPC (1/2)

$$= \frac{x^2 - 3x - 18}{x(x+3)(x-3)} = \frac{(x+3)(x-6)}{x(x+3)(x-3)}$$

(1/2) fact (1/2)

$$= \boxed{\frac{x-6}{x(x-3)}}$$

(1/2) idée / contenu / effort

$$d) \frac{2x}{3x-2} + \frac{8}{6x^2-4x} + \frac{2}{x} = \frac{2x}{3x-2} + \frac{8}{2x(3x-2)} + \frac{2}{x}$$

(1/2)

$$= \frac{2x \cdot 2x}{2x(3x-2)} + \frac{8}{2x(3x-2)} + \frac{2 \cdot 2 \cdot (3x-2)}{2 \cdot x(3x-2)}$$

(1/2) PPC: (1/2)

$$= \frac{4x^2 + 8 + 12x - 8}{2x(3x-2)} = \frac{4x^2 + 12x}{2x(3x-2)}$$

eff (1/2) (1/2)

$$= \frac{2 \cdot 4x(x+3)}{2x(3x-2)} = \boxed{\frac{2(x+3)}{3x-2}}$$

facto (1/2) simpl. (1/2)

(1/2) idée / contenu / effort