

Equations du 2e degré

Exercice 1 Résoudre les équations suivantes par factorisation.

(a) $3x^2 + 24x + 36 = 0$

(h) $3x^2 + 15x + 18 = 0$

(o) $x^2 + 11x + 28 = 0$

(b) $x^2 - 4x - 21 = 0$

(i) $x^2 - 3x + 2 = 0$

(p) $2x^2 - 20x + 48 = 0$

(c) $3x^2 - 18x - 48 = 0$

(j) $x^2 + 5x - 36 = 0$

(q) $3x^2 - 27x + 42 = 0$

(d) $x^2 + 12x + 27 = 0$

(k) $x^2 + 2x + 3 = 0$

(r) $x^2 + 6x + 11 = 0$

(e) $x^2 - x - 72 = 0$

(l) $x^2 - 7x + 10 = 0$

(s) $3x^2 - 18x + 24 = 0$

(f) $x^2 - 9x + 20 = 0$

(m) $x^2 + 11x + 32 = 0$

(t) $x^2 - 15x + 54 = 0$

(g) $3x^2 - 12 = 0$

(n) $x^2 - 3x - 28 = 0$

Exercice 2 Résoudre par factorisation.

(a) $12x^2 + x - 6 = 0$

(c) $x^2 - \sqrt{2}x - 4 = 0$

(e) $\sqrt{3}x^2 - 3x + \sqrt{3} = 0$

(b) $x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{25}{36} = 0$

(d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$

(f) $x^2 = 4(x + 3)$

Exercice 3 Résoudre les équations suivantes.

(a) $2x^2 + 4x + 3 = x^2 + 9x - 3$

(f) $3x^2 + 3x + 18 = 2x^2 + 22$

(b) $-x^2 + 3x + 10 = -2x^2 + 50$

(g) $3x^2 + 8x + 5 = 2x^2 + 5x + 59$

(c) $2x^2 + 5x + 13 = x^2 + 23x - 68$

(h) $2x^2 + 2x + 4 = x^2 + 19$

(d) $2x^2 + 2x + 15 = x^2 + 50$

(i) $-x^2 + 3x + 17 = -2x^2 - x + 29$

(e) $2x^2 + 6x + 13 = x^2 + 14x + 6$

(j) $3x^2 + 5x + 7 = 2x^2 + 9x + 19$

Exercice 4 Résoudre sans la formule générale.

(a) $-6x^2 + 216 = 0$

(e) $4 + 3x^2 = 0$

(i) $4x^2 - 2\sqrt{2} = 0$

(b) $3x^2 + 1 = 0$

(f) $16x^2 = 1$

(j) $(x + 4)^2 + 1 = 8x$

(c) $2x^2 + 3 - 5 = 0$

(g) $4 - x^2 = 0$

(k) $18x^2 - 2 = 0$

(d) $2 - x^2 = 0$

(h) $\frac{1}{2}x^2 - 18 = 0$

(l) $\sqrt{5}(x^2 - 1) + 1 = x^2$

Exercice 5 Résoudre les équations suivantes.

(a) $x^2 + 3\sqrt{3}x + 6 = 0$

(e) $\frac{1}{2}(x - 4)^2 + \frac{1}{3}(x - 6) = \frac{2}{3}$

(b) $\frac{2x}{\sqrt{3}} - x^2 - \frac{1}{3} = 0$

(f) $(3x + 1)(x + 3) = \frac{1}{3}(1 - x)(7x + 9)$

(c) $\frac{2(3x + 10)}{6} - x^2 = \frac{3x + 1}{3}$

(g) $\frac{2x}{15} + \frac{x^2 + x}{6} = \frac{(x + 2)(x + 1)}{10}$

(d) $(x - 1)^3 = x^2(x - 1) - (x + 3)(x - 2) - 19$

$$(h) \frac{x + \sqrt{2}}{2} - \frac{x^2 - 2 + \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - x}{\sqrt{2}}$$

Exercice 6 Résoudre les équations suivantes par complétion du carré (méthode générale).

$$(a) x^2 + x - 6 = 0$$

$$(b) x^2 - 2bx - 3b^2 = 0$$

$$(c) x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(d) 3x^2 + 6x + 3 = 0$$

$$(e) x^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$(f) 2x^2 + x - 3 = 0$$

$$(g) 2x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$(h) 2x^2 + 13x + 15 = 0$$

Exercice 7 Résoudre les équations suivantes.

$$(a) \frac{6}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{1}{2} + \frac{3}{x}$$

$$(b) \frac{1}{x} = 2 - x$$

$$(c) \frac{x}{x-1} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$(d) \frac{x}{5} = \frac{x+2}{x-2} - \frac{4}{5}$$

$$(e) \frac{1}{x} - \frac{1}{10} = \frac{1}{x+5}$$

$$(f) \frac{9}{x^2+6x} - \frac{x-2}{2x+12} = \frac{1}{2x}$$

$$(g) \frac{x}{x-2} - \frac{4}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$(h) \frac{1}{2} + \frac{x+1}{2x+2} = \frac{x}{3x+3}$$

$$(i) \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-x^2} = \frac{x}{x^2-x}$$

$$(j) \frac{3x-1}{2x+8} - \frac{2x-3}{4(x+1)} = \frac{13}{40}$$

Exercice 8 Résoudre par rapport à x et discuter si nécessaire.

$$(a) x^2 + xb - 6b^2 = 0$$

$$(b) 5mx^2 = 0 \quad (m \neq 0)$$

$$(c) x^2 - 2ax - 2x = 0$$

$$(d) x^2 - 10ax + 25a^2 = 0$$

$$(e) x^2 - 12kx + 36k^2 = 0$$

$$(f) x^2 - 2kx - 3k^2 = 0$$

$$(g) \frac{b^2}{6} - \frac{5bx}{6} + x^2 = 0$$

$$(h) 36x^2 + 6ax = 0$$

$$(i) k^2x^2 - kx - 6 = 0$$

$$(j) a^2x^2 - 2ax + a^2x + 1 - a = 0$$

$$(k) 2x^2 + 2kx + 5(k+x) = 0$$

$$(l) x^2(a+1) + 2a^2 = ax(x+3)$$

$$(m) \frac{a^2}{a^2-x^2} - \frac{2x}{x-a} = \frac{a}{x+a}$$

$$(n) \frac{1}{x} + \frac{x}{x-k} = \frac{x-1}{x^2-kx}$$

Exercice 9 Décomposer en facteurs les trinômes suivants :

$$(a) x^2 - 9x + 18$$

$$(b) x^2 + 3x - 28$$

$$(c) 3x^2 - 21x + 36$$

$$(d) 2x^2 - 12x + 18$$

$$(e) 2x^2 - 3x - 2$$

$$(f) x^2 - 5x - 6$$

$$(g) x^2 + 4x + 3$$

$$(h) x^2 + 10x + 20$$

$$(i) 3x^2 - 2x - 4$$

$$(j) 18x^2 + 3x - 1$$

$$(k) 4x^2 - 4x + 1$$

$$(l) 63x^2 + 25x + 2$$

Exercice 10 Trouver deux nombres ayant respectivement pour somme et pour produit :

(a) 17 et 30

(b) 1 et -56

(c) $\frac{24}{5}$ et -1

(d) $\frac{4}{5}$ et $-\frac{2}{5}$

(e) $2a$ et $a^2 - b^2$

(f) $2a^2b$ et $a^4b^2 - a^2b^4$

(g) $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ et 1

(h) $\frac{2a}{a^2 - b^2}$ et $\frac{1}{a^2 - b^2}$

Exercice 11 Pour quelles valeurs de m les graphes des fonctions $f(x) = -x^2 + m$ et $g(x) = x^2 + mx + 2$ sont-ils tangents ?

Exercice 12 On donne le point $A(0; 4)$, la droite d d'équation $y = -4$ et un point $P(x; y)$ quelconque avec $y > 0$.

(a) Trouver la distance de P à d

(b) Trouver la distance de P à A

(c) Décrire l'ensemble des points P qui sont équidistants de la droite d et point A

Indice : Distance δ entre deux points $P_1(x_1; y_1)$ et $P_2(x_2; y_2)$:

$$\delta = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Solutions

Exercice 1

(a) $-6; -2$

(b) $-3; 7$

(c) $-2; 8$

(d) $-9; -3$

(e) $-8; 9$

(f) $4; 5$

(g) $-2; 2$

(h) $-3; -2$

(i) $1; 2$

(j) $-9; 4$

(k) impossible

(l) $2; 5$

(m) impossible

(n) $-4; 7$

(o) $-7; -4$

(p) $4; 6$

(q) $2; 7$

(r) impossible

(s) $2; 4$

(t) $6; 9$

Exercice 2

(a) $-\frac{3}{4}; \frac{2}{3}$

(b) $\frac{5}{6}$

(c) $-\sqrt{2}; 2\sqrt{2}$

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(e) impossible

(f) $-2; 6$

Exercice 3

(a) $2; 3$

(b) $-8; 5$

(c) 9

(d) $-7; 5$

(e) $1; 7$

(f) $-4; 1$

(g) $-9; 6$

(h) $-5; 3$

(i) $-6; 2$

(j) $-2; 6$

Exercice 4

(a) ± 6

(b) impossible

(c) ± 1

(d) $\pm\sqrt{2}$

(e) impossible

(f) $\pm\frac{1}{4}$

(g) ± 2

(h) ± 6

(i) $\pm\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$

(j) impossible

(k) $\pm\frac{1}{3}$

(l) ± 1

Exercice 5

- | | | | |
|-----------------------------|-------------------|-----------------------|---------------------|
| (a) $-2\sqrt{3}; -\sqrt{3}$ | (c) $\pm\sqrt{3}$ | (e) $2; \frac{16}{3}$ | (g) $\pm\sqrt{3}$ |
| (b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | (d) $-2; 6$ | (f) $-2; 0$ | (h) $0; \sqrt{2}+1$ |

Exercice 6

- | | | | |
|--------------|-------------|-----------------|----------------|
| (a) $-3; 2$ | (c) $-6; 1$ | (e) $-1/2; 1/2$ | (g) $-2; 4$ |
| (b) $-b; 3b$ | (d) -1 | (f) $-3/2; 1$ | (h) $-5; -3/2$ |

Exercice 7

- | | | | | |
|-------------|----------------|--------------|------------|-----------------------|
| (a) $5; -2$ | (c) impossible | (e) $-10; 5$ | (g) 0 | (i) $\pm\sqrt{2}$ |
| (b) 1 | (d) $-3; 6$ | (f) $-3; 4$ | (h) $-3/2$ | (j) $\frac{16}{9}; 1$ |

Exercice 8

- | | |
|--------------------------------|---|
| (a) $-3b; 2b$ | (i) $k = 0$: impossible; $k \neq 0$: $-\frac{2}{k}, \frac{3}{k}$ |
| (b) 0 | (j) $a = 0$: impossible; $a \neq 0$: $\frac{1}{a}, \frac{1-a}{a}$ |
| (c) $0; 2(a+1)$ | (k) $-k; -\frac{5}{2}$ |
| (d) $5a$ | (l) $a; 2a$ |
| (e) $6k$ | (m) $a = 0$: impossible; $a \neq 0$: $0; -\frac{3}{2}a$ |
| (f) $-k; 3k$ | (n) $k > 1$: $\pm\sqrt{k-1}$ |
| (g) $\frac{b}{3}; \frac{b}{2}$ | |
| (h) $0; -\frac{a}{6}$ | |

Exercice 9

- | | | |
|-------------------|---|--------------------|
| (a) $(x-3)(x-6)$ | (f) $(x-6)(x+1)$ | (j) $(6x-1)(3x+1)$ |
| (b) $(x+7)(x-4)$ | (g) $(x+1)(x+3)$ | (k) $(2x-1)^2$ |
| (c) $3(x-3)(x-4)$ | (h) $(x+5+\sqrt{5})(x+5-\sqrt{5})$ | (l) $(9x+1)(7x+2)$ |
| (d) $2(x-3)^2$ | (i) $3\left[x - \frac{1+\sqrt{13}}{3}\right]\left[x - \frac{1-\sqrt{13}}{3}\right]$ | |
| (e) $(x-2)(2x+1)$ | | |

Exercice 10

- | | | |
|---------------------------|---------------------------------|--|
| (a) 2 et 15 | (d) $\frac{2 \pm \sqrt{14}}{5}$ | (g) $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ |
| (b) -7 et 8 | (e) $a \pm b$ | (h) $\frac{1}{a-b}$ et $\frac{1}{a+b}$ |
| (c) 5 et $-\frac{1}{5}$ | (f) $a^2b \pm ab^2$ | |

Exercice 11 $m = -4 \pm 4\sqrt{2}$

Exercice 12

- (a) Distance de P à d : $|y+4|$
- (b) Distance de P à A : $\sqrt{x^2 + y^2 - 8y + 16}$
- (c) Ensemble des points P à équidistance de la droite d et point A : $y = \frac{x^2}{16}$