

1 : Equations paramétriques 2e deg

lundi, 10 mars 2025 11:35

Nom:

Prénom:

Date:



ÉCOLE DES MÉTIERS FRIBOURG
BERUFSFACHSCHULE FREIBURG
MATURITÉ | MATURITÄT

Equations paramétriques (degré 2)

Résoudre les équations suivantes et discuter du paramètre m .

1) $x^2 - mx - 20m^2 = 0$

$a=1$ $b=-m$ $c=-20m^2$

$$\Delta = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20m^2) \\ = m^2 + 80m^2 = \underline{81m^2} \geq 0 !$$

$$x_{1,2} = \frac{m \pm 9m}{2} = \begin{cases} 5m \\ -4m \end{cases}$$

- pour $m \neq 0$ l'équation admet deux solutions $S = \{5m; -4m\}$
- pour $m=0$ l'équation admet une sol. $S = \{0\}$

2) $x^2 + mx + m^2 = 0$

$a=1$ $b=m$ $c=m^2$

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot m^2 = -3m^2 \leq 0$$

- pour $m \neq 0$ l'équation n'admet aucune solution $S = \emptyset$
- pour $m=0$ l'équation admet une sol. $S = \{0\}$

3) $x^2 + 3m^2 = 2mx$

$$x^2 - 2mx + 3m^2 = 0$$

$a=1$ $b=-2m$ $c=3m^2$

$$\Delta = (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3m^2 \\ = 4m^2 - 12m^2 = -8m^2 \leq 0$$

- pour $m \neq 0$ l'équation n'admet aucune solution $S = \emptyset$
- pour $m=0$ l'équation admet une sol. $S = \{0\}$

4) $x^2 + mx = 2m^2$

$$x^2 + mx - 2m^2 = 0$$

$a=1$ $b=m$ $c=-2m^2$

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2m^2) \\ = m^2 + 8m^2 = 9m^2 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-m \pm 3m}{2} = \begin{cases} m \\ -2m \end{cases}$$

- pour $m \neq 0$ l'équation admet deux solutions $S = \{m; -2m\}$
- pour $m=0$ l'équation admet une solution $S = \{0\}$

Déterminer pour quel paramètre m les équations suivantes n'admettent qu'une solution. Déterminer cette solution.

1) $x^2 - 3x + 5m + 1 = 0$

$a = 1 \quad b = -3 \quad c = 5m + 1$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (5m + 1) \\ = 9 - 20m - 4 = 5 - 20m$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 5 - 20m = 0 \quad \left| \begin{array}{l} +20m \\ \hline \div 20 \end{array} \right. \\ 5 = 20m \\ \frac{1}{4} = m$$

L'équation n'admet qu'une sol. pour $m = \frac{1}{4}$

$$x = \frac{-b}{2a} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

2) $mx^2 + 2mx - 4x + m - 2 = 0$

$$mx^2 + (2m - 4)x + (m - 2) = 0$$

$a = m \quad b = 2m - 4 \quad c = m - 2$

$$\Delta = (2m - 4)^2 - 4 \cdot m \cdot (m - 2) \\ = 4m^2 - 16m + 16 - 4m^2 + 8m \\ = -8m + 16$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow -8m + 16 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} +8m \\ \hline \div 8 \end{array} \right. \\ 8m = 16 \\ m = 2$$

L'équation n'admet qu'une sol. pour $m = 2$

$$x = \frac{-(2m - 4)}{2m} = \frac{-2m + 4}{2m} = \frac{-m + 2}{m} = \frac{-2 + 2}{2} = \boxed{0}$$

3) $(x - m)^2 - 2m = 4x$

$$x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 4x = 0$$

$$x^2 + (-2m - 4)x + (m^2 - 2m) = 0$$

$a = 1 \quad b = -2m - 4 \quad c = m^2 - 2m$

$$\Delta = (-2m - 4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 - 2m) \\ = 4m^2 + 16m + 16 - 4m^2 + 8m \\ = 24m + 16$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 24m + 16 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} -16 \\ \hline \div 24 \end{array} \right. \\ 24m = -16 \\ m = -\frac{2}{3}$$

L'équation n'a qu'une sol. pour $m = -\frac{2}{3}$

$$x = \frac{-(-2m - 4)}{2} = m + 2 = -\frac{2}{3} + \frac{6}{3} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

4) $3m^2 + 2x - x(6m - x) = 5 - 6m^2$

$$3m^2 + 2x - 6mx + x^2 - 5 + 6m^2 = 0$$

$$x^2 + (2 - 6m)x + 9m^2 - 5 = 0$$

$a = 1 \quad b = 2 - 6m \quad c = 9m^2 - 5$

$$\Delta = (2 - 6m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (9m^2 - 5) \\ = 4 - 24m + 36m^2 - 36m^2 + 20 \\ = -24m + 24$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow -24m + 24 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} +24m \\ \hline \div 24 \end{array} \right. \\ 24m = 24 \\ m = 1$$

L'équation n'admet qu'une sol. pour $m = 1$

$$x = \frac{-2 + 6m}{2} = -1 + 3m = \boxed{2}$$