

Systèmes d'équations

Exercice 1 Résoudre les systèmes d'équations suivants.

$$(a) \begin{cases} -7x - 9y = 29 \\ 8x + 6y = -16 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 3x - 3y = -45 \\ -3x + 4y = 55 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} -x - 3y = -22 \\ -x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 5x - 5y = 10 \\ -7x - 8y = -74 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 4x - 3y = -27 \\ -4x + 4y = 32 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} -x - 6y = 38 \\ 7x + 5y = -7 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} -4x = 20 \\ -10x - 7y = 106 \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} x - y = 7 \\ 3x + 2y = 16 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} 4x + 8y = -32 \\ -5x + 9y = -74 \end{cases}$$

$$(j) \begin{cases} -3x - y = 14 \\ -4x - y = 17 \end{cases}$$

$$(k) \begin{cases} -5x + 4y = 18 \\ -4x - 8y = -64 \end{cases}$$

$$(l) \begin{cases} -x + 3y = 0 \\ x + 2y = -15 \end{cases}$$

$$(m) \begin{cases} 2x - 9y = -42 \\ 9y = 36 \end{cases}$$

$$(n) \begin{cases} 7x = 49 \\ 4x - 3y = 28 \end{cases}$$

$$(o) \begin{cases} -5x + 8y = -37 \\ -7y = -7 \end{cases}$$

$$(p) \begin{cases} 3x - y = 6 \\ -x - 4y = -41 \end{cases}$$

$$(q) \begin{cases} 10x = 80 \\ 7x - 4y = 44 \end{cases}$$

$$(r) \begin{cases} 2x - 5y = -37 \\ 6x + 7y = -1 \end{cases}$$

$$(s) \begin{cases} -4x - 4y = 20 \\ -4x + 3y = 55 \end{cases}$$

$$(t) \begin{cases} 4x - y = 26 \\ 5x - y = 35 \end{cases}$$

Exercice 2 Résoudre par substitution.

$$(a) \begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 5x + y = 20 \\ 5x + 7y = 20 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 2x - 4 = 3y \\ 4y - 1 = 2x \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 3x - 1 = 0 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 5(5x - 2) = 20x - 2(y - 3) \\ 2(x - 5) - 12y = 21(1 - y) \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} 3(x - 1) + 2(y + 1) - 6 = 5 \\ 2(x + 1) - 3(y - 1) = 0 \end{cases}$$

Exercice 3 Résoudre par addition/soustraction.

$$(a) \begin{cases} 3x + 7y = 2 \\ 4x - 2y = -3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 7x - y = 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = 4y + 1 \\ 4x - 16y = 3 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{5}{3} \\ \frac{3}{2}x - \frac{3}{8}y = 1 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x - 1 = \frac{y}{4} \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} (x + 2)^2 - 1 = x^2 - 5y \\ 4x - 1 = -y \end{cases}$$

Exercice 4 Dire si les systèmes sont impossibles ou indéterminés :

$$(a) \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 6x + 4y = 14 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ -2x + y = -2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 6x - 2y = 5 \\ 18x - 6y = -1 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} y - 3x = 1 \\ x - \frac{1}{3}y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Exercice 5 Trouver le point d'intersection des droites ci-après :

$$(a) 3x - y + 7 = 0 \text{ et } 2x + y + 3 = 0$$

$$(c) y = 3x + 1 \text{ et } 2y - 8 = 0$$

$$(b) 2x - y + 1 = 0 \text{ et } y = 2x - 3$$

$$(d) 2x - 6y - 12 = 0 \text{ et } y = \frac{1}{3}x - 2$$

Exercice 6 Résoudre les systèmes suivants :

$$(a) \begin{cases} \frac{y}{x-2} = 4 \\ \frac{x}{2} = y + 8 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} \frac{14}{x} - \frac{10}{y} = \frac{13}{2x} + \frac{25}{2xy} \\ y - 3x = 0 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{x+1}{y-3} = 2 \\ \frac{x+1}{2} = y - 3 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} \frac{2+x}{1+x} - \frac{x+1}{y} = 1 - \frac{x^2}{y+xy} \\ x = 1 + y \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \frac{2(1-2x)}{6-3y} = -1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{x}{xy-2y} = \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x-2} \\ y - x = -1 \end{cases}$$

Exercice 7 Résoudre en fonction du paramètre a .

$$(a) \begin{cases} x + y = 3a \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + 4y = a \\ x + 3y = 2a \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3x + 5y = -7a \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x - 3ay = -10a \\ x - 3y = a - 12 \end{cases}$$

Exercice 8 Résoudre les systèmes suivants (sans discussion) :

$$(a) \begin{cases} x + y = 2a \\ x - y = 2b \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y = a - 2b \\ bx + ay + b^2 = 0 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \\ \frac{a}{bx} - \frac{y}{a} = 0 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} ax + by = 2ab \\ bx + ay = a^2 + b^2 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} ax + by = 2a \\ a^2x - b^2y = a^2 + b^2 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a-b} \\ \frac{x}{a+b} - \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a+b} \end{cases}$$

Exercice 9 Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \begin{cases} 7x - 4y - 5z = 56 \\ 3y - 2z = 13 \\ 5x - 3y = 22 \end{cases} & \text{(e)} \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 53 \\ 3x + 5y - 4z = 2 \\ 4x + 7y - 2z = 31 \end{cases} & \text{(i)} \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y + \frac{z}{2} + 1 = 0 \\ 2x = -z \end{cases} \\
 \text{(b)} \begin{cases} x + y + z = 25 \\ x - y + z = 5 \\ x + 2z = 2y - 10 \end{cases} & \text{(f)} \begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + y = 3 \\ x + z = 0 \end{cases} & \text{(j)} \begin{cases} 3x - 2 = 1 \\ 2x + y - 3z = 2 \\ 4x = 6z - 2y + 1 \end{cases} \\
 \text{(c)} \begin{cases} x + 4y - z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 21 \\ 2y - x + z = 17 \end{cases} & \text{(g)} \begin{cases} y = x + 2 \\ x - z = 4 \\ y = z - 1 \end{cases} & \\
 \text{(d)} \begin{cases} 3x - y + z = 29 \\ x + 3y + 30z = 6 \\ x - y + z = 17 \end{cases} & \text{(h)} \begin{cases} x = z + 3 \\ y = x \\ y - z = 3 \end{cases} &
 \end{array}$$

Exercice 10 Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \begin{cases} x = 8y \\ x^2 + y^2 = 585 \end{cases} & \text{(f)} \begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 30 \end{cases} \\
 \text{(b)} \begin{cases} x - y = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 297 \end{cases} & \text{(g)} \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{97}{36} \end{cases} \\
 \text{(c)} \begin{cases} x + y = 13 \\ (x + 3) \cdot (y + 10) = 120 \end{cases} & \text{(h)} \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 25 \\ x + y = 53 \end{cases} \\
 \text{(d)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 8y - 6x - 1 = 0 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} & \\
 \text{(e)} \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 43 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases} &
 \end{array}$$

Solutions

Exercice 1

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|-------------|--------------|
| (a) (1; -4) | (e) (-3; 5) | (i) (4; -6) | (m) (-3; 4) | (q) (8; 3) |
| (b) (-5; 10) | (f) (4; -7) | (j) (-3; -5) | (n) (7; 0) | (r) (-6; 5) |
| (c) (4; 6) | (g) (-5; -8) | (k) (2; 7) | (o) (9; 1) | (s) (-10; 5) |
| (d) (6; 4) | (h) (6; -1) | (l) (-9; -3) | (p) (5; 9) | (t) (9; 10) |

Exercice 2

- | | | |
|-------------|--|------------|
| (a) (16; 5) | (c) $\left(\frac{19}{2}; 5\right)$ | (e) (2; 3) |
| (b) (4; 0) | (d) $\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ | (f) (2; 3) |

Exercice 3

- | | | |
|--|-------------------------------------|------------------------------------|
| (a) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ | (c) impossible | (e) $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ |
| (b) $\left(-\frac{2}{5}; -\frac{19}{5}\right)$ | (d) $\left(-\frac{1}{3}; -4\right)$ | (f) $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ |

Exercice 4

- | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|
| (a) indéterminé | (b) impossible | (c) impossible | (d) indéterminé |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|

Exercice 5

- | | |
|------------------------|------------------------|
| (a) $(-2; 1)$ | (c) $(1; 4)$ |
| (b) droites parallèles | (d) droites confondues |

Exercice 6

- | | | |
|-----------------|---------------|----------------|
| (a) $(0; -8)$ | (c) $(-1; 4)$ | (e) $(-2; -3)$ |
| (b) indéterminé | (d) $(1; 3)$ | (f) impossible |

Exercice 7

- | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|---|
| (a) $(6a; -3a)$ | (b) $(a; -2a)$ | (c) $(5a; -a)$ | (d) $a \neq 2, (a; 4);$
$a = 2, \text{indet.}$ |
|-----------------|----------------|----------------|---|

Exercice 8

- | | | |
|----------------------|---|---|
| (a) $(a + b; a - b)$ | (c) $(a - b; -b)$ | (e) $(a; b)$ |
| (b) $(b; a)$ | (d) $\left(\frac{a+b}{a}; \frac{a-b}{b}\right)$ | (f) $\left(\frac{a}{a-b}; \frac{b}{a+b}\right)$ |

Exercice 9

- | | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| (a) $(5; 1; -5)$ | (d) $(6; -10; 1)$ | (g) impossible | (j) impossible |
| (b) $(20; 10; -5)$ | (e) $(3; 5; 8)$ | (h) indéterminé | |
| (c) $(2; 3; 13)$ | (f) $(3; 0; -3)$ | (i) $(-1; -2; 2)$ | |

Exercice 10

- | | |
|--|--|
| (a) $(24; 3)$ ou $(-24; -3)$ | (e) $(5; 3)$ ou $(5; -3)$ ou $(-5; 3)$ ou $(-5; -3)$ |
| (b) $(13; 8)$ ou $\left(\frac{-19}{3}; \frac{-34}{3}\right)$ | (f) $(10; 3)$ ou $(-3; -10)$ |
| (c) $(3; 10)$ ou $(17; -4)$ | (g) $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$ ou $\left(\frac{-3}{2}; \frac{-2}{3}\right)$ |
| (d) $(2; 1)$ ou $(-2; -5)$ | (h) $(529; 4)$ ou $(4; 529)$ |